BAHNBESTIMMUNG DES PLANETEN (210) „ISABELLA“.

VON

STEFAN WOLYNCEWICZ.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 4. MAI 1883.

Der Planet (210) „Isabella“ wurde in Pola am 12. November 1879 durch J. Palisa entdeckt und von ihm siebenmal beobachtet, welche Beobachtungen einen Zeitraum von 34 Tagen umfassen. Dieselben sind in Nr. 2325 der „Astronomischen Nachrichten“ mitgetheilt; die daselbst gegebenen Positionen mit Rücksicht auf eine von Herrn Palisa mitgetheilte Correction sind folgende:

	m. Z. Pola	app. α	app. δ
1879 Nov. 12	11ʰ40ᵐ26ˢ	2ʰ19ᵐ37ˢ18	+15°35′14″6
„ 13	7 54 57	18 52·86	33 39·2
„ 21	14 19 58	12 14·52	19 47·4
Dec. 5	6 1 40	4 53·66	8 33·1
„ 6	5 58 57	4 33·78	8 31·1
„ 11	9 52 45	3 19·82	10 7·2
„ 16	6 6 57	2 55·39	14 27·5.

Um die Verlässlichkeit dieser Beobachtungen zu prüfen, sind diese mit der aus Herrn Lange's Elementen (Berl. Jahrb. 1884) berechneten Ephemeride verglichen, jedoch i nach einer Mittheilung des Prof. Tietjen um 19″3 vermindert. Für dieselbe wurde gefunden:

12ʰ m. Berl. Z.	α	δ	Aberr.	log Δ
1879 Nov. 10	2ʰ21ᵐ24ˢ46	+15°39′ 6″8	11ᵐ38ˢ	0·14608
„ 11	20 30·12	37 12·0	11 39	0·14676
„ 12	19 36·51	35 18·4	11 40	0·14751
„ 13	18 43·72	33 26·3	11 42	0·14835
„ 14	17 51·83	31 36·0	11 43	0·14927
„ 15	17 0·90	29 47·8	11 45	0·15027
„ 16	16 11·00	28 2·2	11 47	0·15134
„ 17	15 22·21	26 19·4	11 48	0·15248
„ 18	14 34·58	24 39·8	11 50	0·15370
„ 19	13 48·20	23 3·6	11 53	0·15500
„ 20	13 3·06	21 31·2	11 55	0·15636
„ 21	12 19·28	20 2·8	11 57	0·15780
„ 22	11 36·87	18 38·7	12 0	0·15930
„ 23	10 55·89	17 19·1	12 2	0·16086
„ 24	10 16·38	16 4·3	12 5	0·16249

12ʰ m. Berl. Z.	α	δ	Aberr.	log Δ
1879 Nov. 25	2ʰ9ᵐ38ˢ58	+15°14'54"5	12ᵐ 8ˢ	0·16419
„ 26	9 1·93	13 50·0	12 11	0·16594
„ 27	8 27·07	12 51·0	12 14	0·16775
„ 28	7 53·82	11 57·6	12 17	0·16962
„ 29	7 22·22	11 10·1	12 20	0·17154
„ 30	6 52·29	10 28·7	12 24	0·17352
Dec. 1	6 24·06	9 53·6	12 27	0·17555
„ 2	5 57·55	9 24·8	12 31	0·17763
„ 3	5 32·78	9 2·6	12 34	0·17975
„ 4	5 9·77	8 47·1	12 38	0·18192
„ 5	4 48·54	8 38·5	12 42	0·18413
„ 6	4 29·11	8 36·8	12 46	0·18639
„ 7	4 11·49	8 42·2	12 50	0·18868
„ 8	3 55·68	8 54·9	12 54	0·19102
„ 9	3 41·70	9 15·0	12 58	0·19339
„ 10	3 29·57	9 42·4	13 3	0·19580
„ 11	3 19·30	10 17·4	13 7	0·19824
„ 12	3 10·88	10 59·9	13 12	0·20071
„ 13	3 4·32	11 50·1	13 16	0·20322
„ 14	2 59·62	12 48·0	13 21	0·20575
„ 15	2 56·79	13 53·7	13 26	0·20831
„ 16	2 55·82	15 7·1	13 30	0·21089
„ 17	2 56·70	16 28·2	13 35	0·21349
„ 18	2 59·42	17 57·0	13 40	0·21612
„ 19	3 3·98	19 33·6	13 45	0·21877
„ 20	2 3 10·36	+15 21 17·9	13 50	0·22143

Die Vergleichung im Sinne Beobachtung—Rechnung stellt sich, wie folgt:

dα	dδ
—0ˢ49	— 3"31
—0·48	— 3·71
—0·72	— 4·23
—0·41	— 3·77
—0·42	— 2·29
—0·33	— 3·60
—0·65	—17 24.

Die Beobachtungen vom 12. und 13. November sind zu einem Normalorte vereinigt, ebenso die Beobachtungen vom 5. und 6. December; es sind daher die der Rechnung zu Grunde gelegten geocentrischen Positionen des Planeten und die dazu gehörigen Sonnencoordinaten folgende:

Mittl. Äquinoct. 1880·0

mittl. Berl. Z.	α	δ	X	Y	Z	Gew.
1879 Nov. 13·00000	34°47'15"5	+15°34'14"3	—0·626 0665	—0·702 5364	—0·304 8147	2
„ 21·58765	33 3 33·1	+15 19 46·4	—0·502 5777	—0·779 6389	—0·338 2626	1
Dec. 6·50000	31 6 59·0	+15 8 28·4	—0·263 0251	—0·870 7532	—0·377 8002	2
„ 11·40127	30 49 46·2	+15 10 4·4	—0·179 4856	—0·887 9259	—0·385 2507	1
„ 16·24421	30 43 35·5	+15 14 24·4	—0·095 6040	—0·898 3707	—0·389 7795	1.

Als Ausgangselemente sind L a n g e's Elemente angenommen, aber die mittlere Anomalie und die Länge in der Bahn um 3"6 vermindert, dieselben sind:

Epoche = 1879 Dec. 11·5 mittl. Berl. Z.

mittl. Äq. 1880·0

$$
\begin{aligned}
L &= 52^\circ 36' 54''\!.8 \\
M &= 355\ 54\ 37\cdot7 \\
\omega &= 23\ 55\ 42\cdot2 \\
\Omega &= 32\ 46\ 34\cdot9 \\
i &= 5\ 11\ 43\cdot1 \\
\varphi &= 7\ 49\ 20\cdot8 \\
\mu &= 780''\!.0227 \\
\log a &= 0\cdot438\,5996,
\end{aligned}
$$

oder in Bezug auf den Äquator:

Epoche = 1879 Dec. 11·5 mittl. Berl. Z.

mittl. Äq. 1880·0

$$
\begin{aligned}
L' &= 53^\circ 12' 11''\!.86 \\
M &= 355\ 54\ 37\cdot70 \\
\omega' &= 51\ 17\ 29\cdot51 \\
\Omega' &= 6\ \ 0\ \ 7\cdot65 \\
i' &= 27\ 57\ 24\cdot36 \\
\varphi &= 7\ 49\ 20\cdot80 \\
\mu &= 780''\!.0227 \\
\log a &= 0\cdot438\,5996.
\end{aligned}
$$

Die Bestimmung der wahrscheinlichsten Elemente und der Grenzwerthe derselben ist nach der Methode, die von Prof. v. Oppolzer in seinem Lehrbuche zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten, II. Band, p. 428, ausführlich behandelt wird, ausgeführt worden; auf dieses Werk beziehen sich die im Verlaufe der folgenden Mittheilung gemachten Rückbeziehungen. Die Methode besteht aus der Bestimmung der wahrscheinlichsten Elemente und der Ermittlung der Grenzelemente; die wahrscheinlichsten Elemente wurden doppelt berechnet, nämlich, erstens aus sämmtlichen Beobachtungen und zweitens mit Ausnahme der Beobachtung vom 16. December, indem dieselbe in Etwas verfehlt zu sein scheint. Die Vorbereitung der Rechnung ist auch mit Weglassung dieser letzten Beobachtung getroffen und diese zur Ermittlung der Grenzelemente nicht zugezogen.

Zunächst musste die Lage der Fundamentalebene, die für diese Methode in dem vorliegenden Falle zu wählen ist, bestimmt werden. Zur Bestimmung des diese Ebene charakterisirenden grössten Kreises wurde nach 20), 21), 23), 24) und 25) p. 434 und 435 gefunden:

$$
\begin{aligned}
\Pi &= 321^\circ 50' 33'' \\
J &= 16\ 29\ \ 4 \\
\Lambda &= 68\ 26\ 26.
\end{aligned}
$$

Vermittelst dieser Grössen und der Formeln 26), 27) und 28) p. 436 wurden die polaren Coordinaten $\bar{\lambda}$ und β des Planeten und die rechtwinkeligen Sonnencoordinaten (X), (Y) und (Z) in Bezug auf das neue Coordinatensystem berechnet, die Rechnung ergab:

	Nov. 13	Nov. 21	Dec. 6	Dec. 11	Dec. 16
λ	+2°16′13″24	+0°35′18″68	−1°17′43″25	−1°34′ 2″50	−1°39′27″74
β	+ 2 9·10	− 2 6·70	− 0 59 99	+ 2 29·83	+ 7 29·47
(X)	−0 953 6110	−0·901 8257	−0·764 4278	−0·707 2836	−0·645 6080
(Y)	−0 261 3918	−0·397 2241	−0·609 9346	−0·671 4262	−0·727 2626
(Z)	−0·027 0090	−0·061 3725	−0·117 2856	−0·134 0988	−0·149 7242.

Zur Beendigung der Vorbereitungen ist es erforderlich die Elemente auf das gewählte Coordinatensystem zu übertragen, dies geschah nach den Formeln 29), p. 436, und wurde erhalten:

$$
\begin{aligned}
(\Omega) &= 5^\circ 40' 28''\!.16 \\
(\omega) &= 15\ 41\ 20\cdot27 \\
(i) &= 18\ 42\ 40\cdot44.
\end{aligned}
$$

Um weiter gehen zu können, bedarf man der Kenntniss der Darstellung der Orte. Es fand sich nach 30) 31) und 32) p. 436:

λ	+2°16'12"98	+0°35'21"96	−1°17'43"57	−1°34' 3"72	−1°39'22"56
β	+ 2 9·28	− 2 6·18	− 1 0·03	+ 2 30·51	+ 7 43·28.

Sammelt man daher die für die folgende Rechnung nöthigen Grundlagen und fügt denselben die gefundene Darstellung der Orte hinzu, so hat man:

mittl. Berl. Z.	λ	β	(X)	(Y)	(Z)
1879 Nov. 13·00000	+2°16'13"24	+2' 9"10	−0·953 6110	−0·261 3918	−0·027 0090
„ 21·58765	+0 35 18·68	−2 6·70	−0·901 8257	−0·397 2241	−0·061 3725
Dec. 6·50000	−1 17 43·25	−0 59·99	−0·764 4278	−0·609 9346	−0·117 2886
„ 11·40127	−1 34 2·50	+2 29·83	−0·707 2836	−0·671 4262	−0·134 0988
„ 16·24421	−1 39 27·74	+7 29·47	−0·645 6080	−0·727 2626	−0·149 7242

Ausgangselemente.

Epoche = 1879 Nov. 28·0 mittl. Berl. Z.

$M = 352°59'\ 7"39$
$(\omega) = 15\ 41\ 20·27$
$(\Omega) = 5\ 40\ 28·16$
$(i) = 18\ 42\ 40·44$
$\varphi = 7\ 49\ 20·80$
$\mu = 780"0227$
$\log a = 0·438\,5996$

mit der folgenden Darstellung der Orte:

$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$
+0"26	− 0"18
−3·28	− 0·52
+0·32	+ 0·04
+1·22	− 0·68
−5·18	−15·81.

Es ist zu bemerken, dass der 28. November als Ausgangsepoche für die weitere Rechnung angenommen ist. Diese Zeitepoche fällt nahe mit der Mitte der Zeiten der vier ersten Orte zusammen. Die für diese Epoche geltenden Coordinaten und Geschwindigkeiten, die als Ausgangselemente betrachtet werden, wurden nach 30), 32) und 33), p. 436 und 437, gefunden wie folgt:

$\log x_0 = 0·366\,3088$ $\qquad$ $\log \xi_0 = 9_n 187\,3096$
$\log y_0 = 9·683\,4870$ $\qquad$ $\log \eta_0 = 9·804\,0911$
$\log z_0 = 8·928\,2694$ $\qquad$ $\log \zeta_0 = 9·342\,0782.$

Genau befolgend die Vorschriften p. 430—433, habe ich die zur Ermittlung der Differentialquotienten der heliocentrischen Coordinaten nach den Elementen x_0, y_0, z_0, ξ_0, η_0, φ_0 nöthigen Grössen berechnet und schliesslich bin ich nach 10) p. 431 zu den folgenden Werthen dieser Differentialquotienten gelangt:

$\log(\partial x : \partial x_0)$	0·00204	0·00036	0·00064	0·00159	0·00292
$\log(\partial x : \partial y_0)$	7·11915	6·41126	6.70331	7·11300	7·39450
$\log(\partial x : \partial z_0)$	6·30651	5·63412	5·97269	6·39471	6·68731
$\log(\partial x : \partial \xi_0)$	$9_n 41236$	$9_n 04271$	9·16521	9·36324	9·49767
$\log(\partial x : \partial \eta_0)$	$6_n 02653$	$4_n 96596$	5·40395	6·01806	6·43975
$\log(\partial x : \partial \zeta_0)$	$5_n 17614$	$4_n 17662$	4·68420	5·31509	5·75134
$\log(\partial y : \partial x_0)$	7·11914	6·41126	6·70331	7·11300	7·39450
$\log(\partial y : \partial y_0)$	9·99903	9·99982	9·99970	9·99927	9·99866
$\log(\partial y : \partial z_0)$	5·57727	4·92987	5·31991	5·75959	6·06963
$\log(\partial y : \partial \xi_0)$	$6_n 02653$	$4_n 96596$	5·40396	6·01805	6·43975
$\log(\partial y : \partial \eta_0)$	$9_n 41131$	$9_n 01253$	9·16490	9·36248	9·49626
$\log(\partial y : \partial \zeta_0$	$4_n 35854$	$3_n 45332$	4·03697	4·68281	5·13120

$\log(\partial z : \partial x_0)$	6·30650	5·63412	5·97268	6·39471	6·68730
$\log(\partial z : \partial y_0)$	5·57727	4·92986.	5·31991	5·75958	6·06963
$\log(\partial z : \partial z_0)$	9·99892	9·99980	9·99965	9·99914	9·99841
$\log(\partial z : \partial \xi_0)$	5_n17615	4_n17663	4·68420	5·31508	5·75133
$\log(\partial z : \partial \eta_0)$	4_n35855	3_n45332	4·03697	4·68281	5·13120
$\log(\partial z : \partial \zeta_0)$	9_n41131	9_n04252	9·16488	9·36243	9·49617.

Um jedoch die Richtigkeit dieser Grössen verbürgen zu können, wurde die Berechnung derselben unabhängig zweimal ausgeführt.

Nachdem die gefundenen Werthe der Differentialquotienten und die Fehler in den Orten in die Formeln 19), p. 434, nämlich:

$$\cos\beta\,\partial\lambda = -\frac{\sin\lambda}{\Delta}\,\partial x + \frac{\cos\lambda}{\Delta}\,\partial y$$

$$\partial\beta = -\frac{\cos\lambda\,\sin\beta}{\Delta}\,\partial x - \frac{\sin\lambda\,\sin\beta}{\Delta}\,\partial y + \frac{\cos\beta}{\Delta}\,\partial z,$$

wo

$$\partial x = \left(\frac{\partial x}{\partial x_0}\right)\partial x_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial y_0}\right)\partial y_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial z_0}\right)\partial z_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial \xi_0}\right)\partial \xi_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial \eta_0}\right)\partial \eta_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial \zeta_0}\right)\partial \zeta_0$$

und analog ∂y und ∂z, eingesetzt worden waren, ergaben sich die folgenden Differentialgleichungen (logarithmisch):

9·4150 =	9·8507 ∂y_0 +	9_n2631 $\partial \eta_0$ +	5·3252 ∂z_0 +	4_n0792 $\partial \zeta_0$ +	8_n4374 ∂x_0 +	7·8578 $\partial \xi_0$
0_n5159 =	9·8419	8_n8846	4·7187	3_n2711	7_n8430	6·8928
9·5051 =	9·8132	8·9784	5·1754	3·8920	8·1781	7·3364
0·0864 =	9·8011	9·1643	5·6099	4·5328	8·2606	7·6093
0_n7143 =	9·7883	9·2859	5·9084	4·9703	8·2895	7·7617
9_n2553 =	4·9391	4·4728	9·8510	9_n2634	6_n4813	6·0183
9_n7160 =	5·0174	3_n8357	9·8419	8_n8846	6·6602	5_n6826
8·6021 =	4·9739	2·9442	9·8133	8·9785	6·3992	5·4891
9_n8325 =	5·6850	4·7714	9·8011	9·1644	6_n4838	5_n9691
1_n1402 =	6·0324	5·3042	9·7882	9·2859	7_n0217	6_n5882

(1)

Den aus dem ersten und dritten Orte folgenden Gleichungen wurde Gewicht 2 zugeschrieben; es sind daher die Differentialgleichungen mit Rücksicht auf Gewicht folgende:

9·5655 =	0·0012 ∂y_0 +	9_n4136 $\partial \eta_0$ +	5·4757 ∂z_0 +	4_n2297 $\partial \zeta_0$ +	8_n5879 ∂x_0 +	8·0083 $\partial \xi_0$
0_n5159 =	9·8419	8_n8846	4·7487	3_n2711	7_n8430	6·8928
9·6556 =	9·9637	9·1289	5·3259	4·0425	8·3286	7·4869
0·0864 =	9·8011	9·1643	5·6099	4·5328	8·2606	7·6093
0_n7143 =	9·7883	9·2859	5·9084	4·9703	8·2895	7·7617
9_n4058 =	5·0896	4·6233	0·0015	9_n4139	6_n6318	6·1688
9_n7160 =	5·0174	3_n8357	9·8419	8_n8846	6·6602	5_n6826
8.7526 =	5·1214	3·0947	9·9638	9·1290	6·5497	5·6396
9_n8325 =	5·6850	4·7714	9·8011	9·1641	6_n4838	5_n9691
1_n1402 =	6·0324	5·3042	9·7882	9·2859	7_n0217	6_n5882.

Setzt man:

$$x = 0{\cdot}0012\,\partial y_0 \qquad t = 9{\cdot}4139\,\partial\zeta_0$$

$$y = 9{\cdot}4136\,\partial\eta_0 \qquad u = 8{\cdot}5879\,\partial x_0$$

$$z = 0{\cdot}0015\,\partial z_0 \qquad w = 8{\cdot}0083\,\partial\xi_0$$

$$\log \text{Fehlereinheit} = 0{\cdot}5159,$$

so werden durch die Einführung dieser Grössen die Differentialgleichungen die folgende Gestalt annehmen:

$$9\cdot0196 = 0\cdot0000\;x + 0_n0000\;y + 5\cdot4742\;z + 4_n8158\;t + 0_n0000\;u + 0\cdot0000\;w$$

$0_n0000 = 9\cdot8407$	9_n4710	$4\cdot7472$	3_n8572	9_n2551	$8\cdot8845$
$9\cdot1397 = 9\cdot9625$	$9\cdot7153$	$5\cdot3244$	$4\cdot6286$	$9\cdot7407$	$9\cdot4786$
$9\cdot5705 = 9\cdot7999$	$9\cdot7507$	$5\cdot6084$	$5\cdot1189$	$9\cdot6727$	$9\cdot6010$
$0_n1984 = 9\cdot7871$	$9\cdot8723$	$5\cdot9069$	$5\cdot5561$	$9\cdot7016$	$9\cdot7534$
$8_n8899 = 5\cdot0881$	$5\cdot2097$	$0\cdot0000$	0_n0000	8_n0139	$8\;1605$
$9_n2001 = 5\cdot0162$	4_n4221	$9\cdot8404$	9_n4707	$8\cdot0725$	7_n6743
$8\cdot2367 = 5\cdot1232$	$3\cdot6811$	$9\cdot9623$	$9\cdot7151$	$7\cdot9618$	$7\cdot6313$
$9_n3166 = 5\cdot6838$	$5\cdot3578$	$9\cdot7996$	$9\cdot7505$	7_n8059	7_n9608
$0_n6243 = 6\cdot0312$	$5\cdot8906$	$9\cdot7867$	$9\cdot8720$	8_n4338	$8_n5799.$

Nimmt man alle Beobachtungen, so erhält man die folgenden Eliminationsgleichungen:

$$\begin{aligned}
0\cdot49062\;x + 8\cdot91855\;y - \infty\;z - \infty\;t + 8_n17026\;u + 0\cdot28511\;w &= 0_n07460\\
0\cdot34780\;y - \infty\;z - \infty\;t + 0\cdot29653\;u + 9_n43265\;w &= 9_n83283\\
0\cdot49023\;z + 8\cdot91222\;t + 8_n20412\;u + 8_n13988\;w &= 0_n45920\\
0\cdot34755\;t + 8_n07555\;u + 8_n64246\;w &= 0_n48325\\
8\cdot71600\;u + 9_n09621\;w &= 9\cdot31660\\
8\cdot64345\;w &= 9\cdot75868.
\end{aligned}$$

Um die aus diesen Gleichungen erhaltenen Werthe der Unbekannten zur Bestimmung der Correctionen der Elemente anzuwenden, muss man Rücksicht auf die Übertragungscoëfficienten nehmen. Dieselben sind:

$$\left.\begin{aligned}
\partial x_0 &= 6\cdot6136\,u & \partial\xi_0 &= 7\cdot1932\,w\\
\partial y_0 &= 5\cdot2003\,x & \partial\eta_0 &= 5\cdot7879\,y\\
\partial z_0 &= 5\cdot2000\,z & \partial\zeta_0 &= 5\cdot7876\,t.
\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

Die Auflösung dieser Eliminationsgleichungen führt auf die folgenden Correctionen, indem man Rücksicht auf die Übertragungscoëfficienten (2) nimmt:

$$\begin{aligned}
\partial x_0 &= 8\cdot16112 & \partial\xi_0 &= 8\cdot30843\\
\partial y_0 &= 6_n07724 & \partial\eta_0 &= 7_n26605\\
\partial z_0 &= 5_n02324 & \partial\zeta_0 &= 5_n75189.
\end{aligned}$$

Bringt man diese Correctionen an die Ausgangscoordinaten und Geschwindigkeiten an, und leitet hieraus die Elemente nach (34), p. 437 ab, so erhält man:

$$\begin{aligned}
\log x_1 &= 0\cdot369\,0080\\
\log y_1 &= 9\cdot683\,3795\\
\log z_1 &= 8\cdot928\,2154\\
\log \xi_1 &= 9_n125\,7462\\
\log \eta_1 &= 9\cdot802\,8311\\
\log \zeta_1 &= 9\cdot341\,9666.
\end{aligned}$$

Elemente:

Epoche = 1879 Nov. 28·0 mittl. Berl. Z.

$$\begin{aligned}
M &= 2^\circ 59' 26''14\\
(w) &= 2\;\;25\;\;34\cdot45\\
(\Omega) &= 5\;\;40\;\;19\cdot51\\
(i) &= 18\;\;48\;\;38\cdot06\\
\varphi &= 7\;\;15\;\;10\cdot00\\
\mu &= 789''1885\\
\log a &= 0\cdot435\,2172,
\end{aligned}$$

Darstellung der Orte:

$\cos\beta\partial\lambda$	$\partial\beta$
$-0''42$	$-0''32$
$+2\cdot21$	$-1\cdot07$
$-1\cdot57$	$+1\cdot68$
$+0\cdot83$	$+3\cdot69$
$+1\cdot00$	$-5\cdot45,$

und die Summe der Fehlerquadrate = $62''14$.

Wenn auch die Darstellung der Orte nicht völlig ungenügend erscheint, so wird man doch zugeben müssen, dass die Einführung der letzten Beobachtung auf die Darstellung der übrigen Beobachtungen verhältnissmässig nachtheilig eingewirkt habe. Ich habe desshalb die weitere Rechnung mit Ausschluss dieser Beobachtung durchgeführt, werde aber zum Schlusse auch die aus diesen Elementen folgende Aufsuchungsephemeride mittheilen.

Schliesst man die letzte Beobachtung aus, so erhält man die folgenden Eliminationsgleichungen:

$$\begin{aligned}
0·43419\ x + 9_n57229\ y - \infty\ z - \infty\ t + 9_n50907\ u + 0·19890\ w &= 9_n34203 \\
0·21029\ y - \infty\ z - \infty\ t + 0·19307\ u + 9_n62788\ w &= 9·63809 \\
0·43417\ z + 9_n57299\ t + 6·77815\ u + 7·97313\ w &= 9_n48044 \\
0.21010\ t + 7·90309\ u + 8_n16732\ w &= 8_n39620
\end{aligned}$$

hierbei wurde, um die Rechnung möglichst sicher zu gestalten, die Elimination bei der Unbekannten u abgebrochen, es lassen sich dann die Unbekannten als Functionen von u und w darstellen. Nach der Auflösung dieser Gleichungen wurde erhalten:

$$\begin{aligned}
x &= 8_n1228\ u + 9_n7367\ w + 8_n6439 \\
y &= 9_n9828\ u + 9·4176\ w + 9·4278 \\
z &= 6_n9541\ u + 7_n3417\ w + 9_n0544 \\
t &= 7_n6930\ u + 7\ 9572\ w + 8_n1861.
\end{aligned}$$

oder mit Rücksicht auf die Übertragungscoëfficienten (2):

$$\left.\begin{aligned}
\partial y_0 &= 6_n7095\ \partial x_0 + 7_n7438\ \partial \xi_0 + 3_n8442 \\
\partial \eta_0 &= 9_n1571\ \partial x_0 + 8·0123\ \partial \xi_0 + 5·2157 \\
\partial z_0 &= 5_n5405\ \partial x_0 + 5_n3515\ \partial \xi_0 + 4_n2?44 \\
\partial \zeta_0 &= 6_n8670\ \partial x_0 + 6·5516\ \partial \xi_0 + 3_n97?7.
\end{aligned}\right\}(3)$$

Zur Bildung der Bedingungsgleichungen, aus welchen die Unbekannten bestimmt werden können, hat man die Ausdrücke (3) in die Differentialformeln (1) einzusetzen, aber es ist zu beachten, dass die Coëfficienten in den Ausdrücken (3), ebenso die Coëfficienten von ∂x_0 und $\partial \xi_0$ in den Differentialgleichungen (1) selbst durch sin 1″ dividirt werden müssen. Die so erhaltenen Gleichungen sind folgende:

$$\left.\begin{aligned}
+0''983 &= -291''22\ \partial x_0 + 286''96\ \partial \xi_0 \\
-2·919 &= +760·18\ \partial x_0 - 796·04\ \partial \xi_0 \\
+0·092 &= +221·68\ \partial x_0 - 94·31\ \partial \xi_0 \\
+0·816 &= -631·53\ \partial x_0 + 125·35\ \partial \xi_0 \\
+0·047 &= -39·79\ \partial x_0 + 4·74\ \partial \xi_0 \\
-0·278 &= +101·00\ \partial x_0 - 18·79\ \partial \xi_0 \\
+0·299 &= +32·60\ \partial x_0 + 10·33\ \partial \xi_0 \\
-0·418 &= -89·71\ \partial x_0 - 11·46\ \partial \xi_0
\end{aligned}\right\}(4)$$

Setzt man:

$$u = 2·8809\ \partial x_0 \qquad w = 2·9009\ \partial \xi_0$$

$$\log \text{ der Fehlereinheit} = 0·4652\,.$$

und damit die Übertragungscoëfficienten

$$\partial x_0 = 7·5843\ u \qquad \partial \xi_0 = 7·5613\ w, \tag{5}$$

so nehmen die Bedingungsgleichungen (4) mit Rücksicht auf Gewicht die Gestalt an:

$$\left.\begin{aligned}
9·6779 &= 9_n7383\ u + 9·7074\ w \\
0_n0000 &= 0·0000\ u + 0_n0000\ w \\
8·6491 &= 9·6153\ u + 9_n2242\ w \\
9·4465 &= 9_n9195\ u + 9·7278\ w \\
8·3574 &= 8_n8694\ u + 7·9254\ w \\
8_n9788 &= 9·1234\ u + 8_n3730\ w \\
9·1610 &= 8·7828\ u + 8·2637\ w \\
9_n1560 &= 9_n0719\ u + 8_n1583\ w
\end{aligned}\right\}(6)$$

Aus diesen Gleichungen wurden die folgenden Eliminationsgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate gefunden:

$$0\cdot34256\ u + 0_n25358\ w = 0_n16533$$
$$9\cdot05601\ w = 9\cdot30038.$$

Aus der ersteren Gleichung erhält man:

$$u = 9\cdot91102\ w + 9_n82277 \qquad (7)$$

Substituirt man diesen Werth von u in die Gleichungen (6), und führt man:

$$w' = 9\cdot2679_n$$
$$\log \text{Fehlereinheit} = 9\cdot5251$$

ein, so findet sich nach der Methode der kleinsten Quadrate:

$$0\cdot52014\ w' = 0\cdot50622$$

also

$$w' = 9\cdot98608$$
$$w = 0\cdot24328 \qquad (8)$$
$$\partial\xi_0 = 7\cdot80758$$

Die Gleichung (7) ergibt die folgende Relation zwischen ∂x_0 und $\partial \xi_0$, indem man Rücksicht auf die Übertragungscoefficienten (5) nimmt:

$$\partial x_0 = 7_n40708 + 9\cdot93103\ \partial\xi_0, \qquad (9)$$
$$\partial x_0 = 7\cdot46608.$$

Es sind nun die gefundenen Werthe von ∂x_0 und $\partial \xi_0$ in die Gleichungen (3) einzusetzen, in welchen Gleichungen die Unbekannten als Functionen der zwei Variabeln ∂x_0 und $\partial \xi_0$ betrachtet werden können. Stellt man alles zusammen, so gestalten sich die wahrscheinlichsten Correctionen der Ausgangscoordinaten und Geschwindigkeiten, wie folgt:

$$\log \partial x_0 = 7\cdot46608$$
$$\log \partial y_0 = 5_n5775$$
$$\log \partial z_0 = 4_n3101$$

$$\log \partial\xi_0 = 7\cdot80758$$
$$\log \partial\eta_0 = 6_n5282$$
$$\log \partial\zeta_0 = 3_n9074$$

Bringt man diese Correctionen an die Ausgangswerthe an, so findet sich:

$$\log x_1 = 0\cdot366\,8549 \qquad \log \xi_1 = 9_n168\,8052$$
$$\log y_1 = 9\cdot683\,4530 \qquad \log \eta_1 = 9\cdot803\,8610$$
$$\log z_1 = 8\cdot928\,2589 \qquad \log \zeta_1 = 9\cdot342\,0766,$$

somit die wahrscheinlichsten Elemente:

Epoche = 1879 Nov. 28·0 mittl. Berl. Z.

$$(L) = 13^\circ 18' 23\overset{''}{.}66$$
$$M = 355\ 57\ 47\cdot06$$
$$(\omega) = 11\ 40\ 3\cdot90$$
$$(\Omega) = 5\ 40\ 32\cdot70$$
$$(i) = 18\ 44\ 13\cdot90$$
$$\varphi = 7\ 31\ 19\cdot47$$
$$\mu = 784\overset{''}{.}3793$$
$$\log.\ a = 0\cdot436\,9870,$$

mit der folgenden Darstellung der Orte:

Differentialgleichungen $\cos\beta\,\partial\lambda$	Differentialgleichungen $\partial\beta$		directe Rechnung $\cos\beta\,\partial\lambda$	directe Rechnung $\partial\beta$
+0"02	+0"13	(10)	−0"02	+0"13
−0·03	−0·46		−0·04	−0·46
+0·05	+0·14		+0·09	+0·15
−0·07	−0·09		−0·05	−0·08

Die Übereinstimmung der aus den Elementen abgeleiteten Werthe mit der aus den Differentialgleichungen zeigt, dass kein merklicher Fehler in der Rechnung vorgefallen, auch die Darstellung der Orte ist im höchsten Grade befriedigend; ferner stimmt die Probe, nämlich:

Summe der Fehlerquadrate aus der Elimination = 0"306

„ „ „ „ „ Substitution = 0"302,

so dass auch hier eine scharfe Controlle der Gesammtrechnung erhalten wird.

Überträgt man die gefundenen Elemente auf die Fundamentalebene des Äquators, so erhält man:

Epoche = 1879 Nov. 28·0 mittl Berl. Z.

mittl. Äq. 1880·0

$M = 355°57'47"06$
$\omega' = 47\ 14\ 32·77$
$\Omega' = 6\ 2\ 6·17$
$i' = 27\ 58\ 39·51$
$\varphi = 7\ 31\ 19·47$
$\mu = 784"3793$
$\log a = 0·436\,9870,$

und in Bezug auf die Ekliptik:

Epoche = 1879 Nov. 28·0 mittl. Berl. Z.

mittl. Äq. 1880·0

$L = 48°38'52"75$
$M = 355\ 57\ 47·06$
$\omega = 19\ 51\ 47·73$
$\Omega = 32\ 49\ 17·96$
$i = 5\ 13\ 15·39$
$\varphi = 7\ 31\ 19·47$
$\mu = 784"3793$
$\log a = 0\ 436\,9870.$

Die wahrscheinlichsten Elemente sind für die meisten Fälle genügend. Um aber für die Aufsuchung des Planeten alles, was von Seite des Rechners geleistet werden kann, herbeizuschaffen, habe ich mich der nicht unbeträchtlichen Arbeit unterzogen, die Grenzelemente zu bestimmen.

Ist $\partial\xi$ die Variation des wahrscheinlichsten Werthes ξ_1, so lassen sich die Variationen (∂x, ∂y, ∂z, $\partial\eta$, $\partial\zeta$) der wahrscheinlichsten Elemente und die übrigbleibenden Fehler ($f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8$) in den Orten die Functionen der einzigen Variabeln $\partial\xi$ darstellen. Mit Hilfe der Gleichungen (3) und (9) erhält man für die Variationen der Elemente:

$$\partial x = 9·9310\ \partial\xi$$
$$\partial y = 7_n 7768\ \partial\xi$$
$$\partial z = 5_n 7167\ \partial\xi$$
$$\partial\eta = 9_n 0500\ \partial\xi$$
$$\partial\zeta = 6_n 4345\ \partial\xi,$$

und mit Hilfe derselben Gleichungen (3) und (9) für die Fehler in den Orten, indem man Rücksicht auf die in (10) angesetzten Fehler nimmt:

$$f_1 = +0{\cdot}02 - 35^{\prime\prime}94\ \partial\xi \qquad f_5 = +0^{\prime\prime}13 + 29^{\prime\prime}21\ \partial\xi$$
$$f_2 = -0{\cdot}03 + 147{\cdot}47\ \partial\xi \qquad f_6 = -0{\cdot}46 - 67{\cdot}38\ \partial\xi$$
$$f_3 = +0{\cdot}05 - 94{\cdot}82\ \partial\xi \qquad f_7 = +0{\cdot}14 - 38{\cdot}14\ \partial\xi$$
$$f_4 = -0{\cdot}07 + 113{\cdot}44\ \partial\xi \qquad f_8 = -0{\cdot}09 + 87{\cdot}99\ \partial\xi.$$

Betrachtet man die Variationen der wahrscheinlichsten Elemente und die Fehler in den Orten als Functionen der zwei unabhängig Variabeln ∂x und $\partial\xi$, so hat man für die Variationen der Elemente:

$$\left.\begin{aligned}
\partial x &= 9{\cdot}9310\ \partial\xi \\
\partial y &= 6_n7095\ \partial x + 7_n7768\ \partial\xi \\
\partial z &= 5_n5405\ \partial x + 5_n7167\ \partial\xi \\
\partial \eta &= 9_n1571\ \partial x + 9_n0500\ \partial\xi \\
\partial \zeta &= 6_n8670\ \partial x + 6_n4345\ \partial\xi,
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

für die Fehler in den Orten:

$$\left.\begin{aligned}
f_1 &= +0^{\prime\prime}02 + 294^{\prime\prime}22\ \partial x - 35^{\prime\prime}94\ \partial\xi & f_5 &= +0^{\prime\prime}13 + 39^{\prime\prime}79\ \partial x + 29^{\prime\prime}21\ \partial\xi \\
f_2 &= -0{\cdot}03 - 760{\cdot}18\ \partial x + 147{\cdot}47\ \partial\xi & f_6 &= -0{\cdot}46 - 101{\cdot}00\ \partial x - 67{\cdot}38\ \partial\xi \\
f_3 &= +0{\cdot}05 - 221{\cdot}68\ \partial x - 94{\cdot}82\ \partial\xi & f_7 &= +0{\cdot}14 - 32{\cdot}60\ \partial x - 38{\cdot}14\ \partial\xi \\
f_4 &= -0{\cdot}07 + 631{\cdot}53\ \partial x + 113{\cdot}41\ \partial\xi & f_8 &= -0{\cdot}09 + 89{\cdot}71\ \partial x + 87{\cdot}99\ \partial\xi,
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

und die Summe der Fehlerquadrate:

$$[ff] = 0^{\prime\prime}3 + 6{\cdot}1044\ \partial x^2 + 4{\cdot}8578\ \partial\xi^2.$$

Setzt man:

$$\left.\begin{aligned}
\partial x &= 8{\cdot}2482\ n \sin N \\
\partial\xi &= 8{\cdot}8715\ n \cos N,
\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

so ist:

$$[ff] = 0^{\prime\prime}3 + 398^{\prime\prime}8\ n^2. \quad (14)$$

Für $n = {}^1/_2$ wird die Summe der Fehlerquadrate $100^{\prime\prime}$, für $n = 1$ wird dieselbe $399^{\prime\prime}1$. Durch die Einführung der Relationen (13) in (12) ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned}
f_1 &= +0^{\prime\prime}02 + 5^{\prime\prime}21\ n \sin N - 2^{\prime\prime}67\ n \cos N & f_5 &= +0^{\prime\prime}13 + 0^{\prime\prime}70\ n \sin N + 2^{\prime\prime}17\ n \cos N \\
f_2 &= -0{\cdot}03 - 13{\cdot}46\ n \sin N + 10{\cdot}97\ n \cos N & f_6 &= -0{\cdot}46 - 1{\cdot}79\ n \sin N - 5{\cdot}01\ n \cos N \\
f_3 &= +0{\cdot}05 - 3{\cdot}93\ n \sin N - 7{\cdot}05\ n \cos N & f_7 &= +0{\cdot}14 - 0{\cdot}58\ n \sin N - 2{\cdot}84\ n \cos N \\
f_4 &= -0{\cdot}07 + 11{\cdot}18\ n \sin N + 8{\cdot}44\ n \cos N & f_8 &= -0{\cdot}09 + 1{\cdot}59\ n \sin N + 6{\cdot}54\ n \cos N.
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Diese Ausdrücke zeigen, dass man für $n = {}^1/_2$ schon auf Fehler hingeführt wird, die wenig Wahrscheinlichkeit für sich haben, für $n = 1$ werden dieselben unerträglich gross, so dass man die Sicherheit hat, dass für die wahren Elemente $n < 1$ sein muss.

Die aus den Relationen (13) folgenden Werthe von ∂x und $\partial\xi$ sind in (11) einzuführen, es ist aber zu beachten, dass der aus den Relationen (13) resultirende Werth von ∂x in dem Ausdrucke $\partial x = 9.9310\,\partial\xi$, in welchem ∂x als Function der zwei Variabeln betrachtet wird, hinzugefügt werden soll.

Die Rechnung ergab, indem die Peripherie in 8 Theile getheilt wurde:

für $n = {}^1/_2$

	$N = 0°$	$N = 45°$	$N = 90°$	$N = 135°$	$N = 180°$	$N = 225°$	$N = 270°$	$N = 315°$
$\log x$	0·372 7364	0·372 1780	0·368 5042	0·363 8256	0·360 8927	0·361 4657	0·365 1993	0·369 8632
$\log y$	9·683 2527	9·683 3085	9·683 4489	9·683 5917	9·683 6532	9·683 5975	9·683 4571	9·683 3143
$\log z$	8·928 2490	8·928 2508	8·928 2573	8·928 2648	8·928 2688	8·928 2670	8·928 2605	8·928 2530
$\log \xi$	9_n042 6076	9_n083 5091	9_n168 8052	9_n240 0676	9_n266 4687	9_n240 0676	9_n168 8052	9_n083 5091
$\log \eta$	9·801 0041	9·801 2263	9·802 9927	9·805 2587	9·806 6986	9·806 4798	9·804 7276	9·802 4587
$\log \zeta$	9·342 0566	9·342 0534	9·342 0637	9·342 0816	9·342 0966	9·342 0998	9·342 0895	9·342 0716

für $n = 1$

	$N = 0°$	$N = 45°$	$N = 90°$	$N = 135°$	$N = 180°$	$N = 225°$	$N = 270°$	$N = 315°$
$\log x$	0·378 5384	0·377 4359	0·370 1471	0·360 7754	0·354 8484	0·356 0096	0·363 5376	0·372 8504
$\log y$	9·683 0524	9·683 1639	9·683 4418	9·683 7303	9·683 8534	9·683 7418	9·683 4612	9·683 1755
$\log z$	8·928 2391	8·928 2126	8·928 2557	8·928 2707	8·928 2788	8·928 2751	8·928 2620	8·928 2471
$\log \xi$	8_n864 0182	8_n977 2788	9_n168 8052	9_n301 2605	9_n316 1410	9_n301 2605	9_n168 8052	8_n977 2788
$\log \eta$	9·798 1293	9·798 5758	9·802 1228	9·806 6518	9·809 5181	9·809 0827	9·805 5923	9·801 0522
$\log \zeta$	9·342 0366	9·342 0301	9·342 0508	9·342 0867	9·342 1166	9·342 1230	9·342 1024	9·342 0665;

dann ergeben sich die folgenden auf die hier gewählte Fundamentalebene bezogenen Elemente, indem man statt (π) und φ die Elemente:

$$(\Upsilon) = \frac{\sin\varphi}{\sin 1''} \sin(\pi)$$

$$(\Psi) = \frac{\sin\varphi}{\sin 1''} \cos(\pi)$$

einführt:

$n = \frac{1}{2}$

	$N=0°$	$N=45°$	$N=90°$	$N=135°$	$N=180°$	$N=225°$	$N=270°$	$N=315°$
(☊)	5°40′ 3″20	5°39′47″75	5°39′58″49	5°40′29″43	5°41′ 2″65	5°41′18″37	5°41′ 7″17	5°40′35″97
(i)	18 56 58·22	18 54 40·16	18 46 16·09	18 36 48·06	18 31 44·96	18 33 57·56	18 42 12·10	18 51 45·55
(π)	350 7 48·25	359 5 20·97	17 51 24·94	31 41 28·09	35 55 14·85	31 6 4·02	16 49 34·57	358 18 45·16
φ	6 39 27·73	6 44 21·16	7 32 31·88	8 57 34·78	9 38 28·69	8 54 5·10	7 30 4·86	6 44 41·76
(Υ)	— 4099·12	— 384·78	+ 8301·86	+16875·75	+20266·46	+16186·39	+ 7794·81	— 713·39
(Ψ)	+23559·89	+24202·19	+25769·27	+27333·64	+27975·63	+27328·60	+25774·92	+24215·21
(L)	7°20′ 9″63	9° 9′33″64	13°23′53″90	17°30′ 7″55	19° 6′52″54	17°21′38″60	13°12′52″72	9° 2′28″83
μ	797″4960	791″3209	779″7732	766″9161	763″2747	773″6596	789″0540	797″6976

$n = 1$

	$N=0°$	$N=45°$	$N=90°$	$N=135°$	$N=180°$	$N=225°$	$N=270°$	$N=315°$
(☊)	5°39′34″14	5°39′ 3″52	5°39′24″54	5°40′26″14	5°41′33″01	5°42′ 4″74	5°41′41″89	5°40′39″20
(i)	19 9 58·34	19 5 16·58	18 18 18·71	18 29 28·06	18 19 31·03	18 23 51·05	18 40 10·78	18 59 23·08
(π)	322 50 13·87	338 42 45·35	18 22 0·23	41 43 24·05	47 10 30·58	40 48 26·17	16 18 18·51	3?7 26 44·26
φ	7 27 26·00	6 45 25 90	7 33 42·09	10 49 2·91	12 25 23·28	10 39 16·18	7 28 48·31	6 49 51·68
(Υ)	—16171·43	— 8810·97	+ 8552·75	+25764·14	+32545·21	+24922·19	+ 7538·74	— 9410·06
(Ψ)	+21333·82	+22613·66	+25760·43	+28893·34	+30163·42	+28865·22	+25771·90	+22657·05
(L)	1°13′19″10	4°55′32″02	13°29′23″18	21°37′14″29	24°44′31″37	21°18′56″62	13° 7′21″22	4°42′49″82
μ	802″4567	794″4268	775″2348	745″4139	734″4459	759″2409	793·7976	806″7948

Zur Prüfung der Richtigkeit der Rechnung wurden aus jedem Systeme der Elemente die Coordinaten und Geschwindigkeiten zurückgerechnet und durchaus eine befriedigende Übereinstimmung erhalten.

Stellt man die Elemente als periodische Functionen dar, so erhält man:

$n = \frac{1}{2}$

$$(L) = 13°18'23''66 - 146''48 - 21204''44\cos N - 146''11\cos 2N + 2''99\cos 3N + 0''02\cos 4N + 330''36\sin N - 21''03\sin 2N - 0''23\sin 3N$$

$$(\Upsilon) = +\;8049{\cdot}21 + 16{\cdot}79 - 12183{\cdot}17\cos N + 17{\cdot}67\cos 2N + 0{\cdot}38\cos 3N + 0{\cdot}00\cos 4N + 253{\cdot}68\sin N - 15{\cdot}19\sin 2N + 0{\cdot}16\sin 3N$$

$$(\Psi) = +25774{\cdot}10 - 4{\cdot}18 - 2207{\cdot}88\cos N - 2{\cdot}17\cos 2N + 0{\cdot}00\cos 3N + 0{\cdot}01\cos 4N - 2{\cdot}82\sin N - 4{\cdot}51\sin 2N + 0{\cdot}00\sin 3N$$

$$100\mu = 78437{\cdot}93 - 198{\cdot}03 + 1711{\cdot}89\cos N - 201{\cdot}41\cos 2N - 0{\cdot}82\cos 3N + 0{\cdot}05\cos 4N - 463{\cdot}95\sin N + 9{\cdot}17\sin 2N + 0{\cdot}08\sin 3N$$

$$(\Omega) = 5°40'32{\cdot}70 + 0{\cdot}18 - 29{\cdot}72\cos N + 0{\cdot}04\cos 2N + 0\;00\cos 3N + 0{\cdot}00\cos 4N - 31{\cdot}34\sin N + 0{\cdot}18\sin 2N - 0{\cdot}00\sin 3N$$

$$(i) = 18\;44\;13{\cdot}90 + 3{\cdot}94 + 756{\cdot}63\cos N + 3{\cdot}75\cos 2N + 0{\cdot}00\cos 3N + 0{\cdot}00\cos 4N + 122{\cdot}00\sin N + 1{\cdot}03\sin 2N + 0{\cdot}01\sin 3N,$$

$n = 1$

$$(L) = 13°18'23''66 - 585''17 - 42358''12\cos N - 583''56\cos 2N + 21''99\cos 3N + 0''30\cos 4N + 659''35\sin N - 83''87\sin 2N - 1''78\sin 3N$$

$$(\Upsilon) = +\;8049{\cdot}21 + 67{\cdot}11 - 24360{\cdot}38\cos N + 70{\cdot}58\cos 2N + 2{\cdot}06\cos 3N + 0{\cdot}00\cos 4N + 508{\cdot}24\sin N - 60{\cdot}72\sin 2N + 1{\cdot}24\sin 3N$$

$$(\Psi) = +25774{\cdot}10 - 16{\cdot}74 - 4414{\cdot}96\cos N - 8{\cdot}77\cos 2N + 0{\cdot}16\cos 3N + 0{\cdot}04\cos 4N - 5{\cdot}57\sin N - 17{\cdot}88\sin 2N + 0{\cdot}17\sin 3N$$

$$100\mu = 78437{\cdot}93 - 790{\cdot}29 + 3407{\cdot}35\cos N - 803{\cdot}25\cos 2N - 6{\cdot}81\cos 3N + 0{\cdot}73\cos 4N - 927{\cdot}14\sin N + 36{\cdot}48\sin 2N + 1{\cdot}01\sin 3N$$

$$(\Omega) = 5°40'32{\cdot}70 + 0\;70 - 59{\cdot}45\cos N + 0{\cdot}19\cos 2N + 0{\cdot}00\cos 3N + 0{\cdot}00\cos 4N - 68{\cdot}68\sin N + 0{\cdot}73\sin 2N - 0{\cdot}01\sin 3N$$

$$(i) = 18\;44\;13{\cdot}90 + 15{\cdot}80 + 1513{\cdot}53\cos N + 14{\cdot}97\cos 2N + 0{\cdot}13\cos 3N + 0{\cdot}01\cos 4N + 244{\cdot}05\sin N + 4{\cdot}12\sin 2N + 0{\cdot}08\sin 3N,$$

daraus folgt:

$$(L) = 13°18'23''66 + (-586''17\,n^2 + 1''00\,n^4) +$$
$$+(-42425''80n + 67''68n^3)\cos N + (-584''73n^2 + 1''17n^4)\cos 2N + 21''99\cos 3N + 0''30\cos 4N$$
$$+(+\;661{\cdot}18n - 1{\cdot}83n^3)\sin N + (-\;84{\cdot}20n^2 + 0{\cdot}33n^4)\sin 2N - 1{\cdot}78\sin 3N$$

$$(\Upsilon) = +\;8049{\cdot}21 + (+\;67{\cdot}18\,n^2 - 0''07\,n^4) +$$
$$+(-24368{\cdot}33n + 7{\cdot}95n^3)\cos N + (+\;70{\cdot}71n^2 - 0{\cdot}13n^4)\cos 2N + 2{\cdot}06\cos 3N + 0{\cdot}00\cos 4N$$
$$+(+\;507{\cdot}07n + 1{\cdot}17n^3)\sin N + (-\;60{\cdot}77n^2 + 0{\cdot}05n^4)\sin 2N + 1{\cdot}24\sin 3N$$

$$
\begin{aligned}
(\Psi) = {} & +25774''10 + (-\ 16''71n^2 - 0''03n^4) + \\
& +(-\ 4416\cdot 03n + 1\cdot 07n^3)\cos N + (-\ 8\cdot 65n^2 - 0\cdot 12n^4)\cos 2N + 0\cdot 16\cos 3N + 0\cdot 04\cos 4N \\
& +(-\ 5\cdot 66n + 0\cdot 09n^3)\sin N + (-\ 18\cdot 09n^2 + 0\cdot 21n^4)\sin 2N + 0\cdot 17\sin 3N
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
100\mu = {} & 78437\cdot 93 + (+792\cdot 73n^2 + 2\cdot 44n^4) + \\
& +(-\ 3429\cdot 26n + 21\cdot 91n^3)\cos N + (-806\cdot 44n^2 + 3\cdot 19n^4)\cos 2N - 6\cdot 81\cos 3N + 0.73\cos 4N \\
& +(-\ 928\cdot 15n + 1\cdot 01n^3)\sin N + (+\ 36\cdot 75n^2 - 0\cdot 27n^4)\sin 2N + 1\cdot 01\sin 3N
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\Omega) = {} & 5^\circ 40' 32\cdot 70 + (+\ 0\cdot 73n^2 - 0\cdot 03n^4) + \\
& +(-\ 59\cdot 44n - 0\cdot 01n^3)\cos N + (+\ 0\cdot 15n^2 + 0\cdot 04n^4)\cos 2N + 0\cdot 00\cos 3N + 0\cdot 00\cos 4N \\
& +(-\ 68\cdot 68n - 0\cdot 00n^3)\sin N + (+\ 0\cdot 72n^2 + 0\cdot 01n^4)\sin 2N - 0\cdot 01\sin 3N
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(i) = {} & 18\ 44\ 13\cdot 90 + (+\ 15\cdot 75n^2 + 0\cdot 05n^4) + \\
& +(+\ 1513\cdot 17n + 0\cdot 36n^3)\cos N + (+\ 15\cdot 01n^2 - 0\cdot 04n^4)\cos 2N + 0\cdot 13\cos 3N + 0\cdot 01\cos 4N \\
& +(+\ 243\cdot 98n + 0\cdot 07n^3)\sin N + (+\ 4\cdot 12n^2 + 0\cdot 00n^4)\sin 2N + 0\cdot 08\sin 3N
\end{aligned}
$$

Die Summe der Fehlerquadrate ist:

$$[ff] = 0''3 + 398''8 n^2,$$

die Darstellung der Orte:

$\cos\beta\,\partial\lambda$

1879 Nov.	13	$+0''02$	$+\ 5''21\, n\sin N$	$-\ 2''67\, n\cos N$
„	21	$-0\cdot 03$	$-13\cdot 46\, n\sin N$	$+10\cdot 97\, n\cos N$
Dec.	6	$+0\cdot 05$	$-\ 3\cdot 93\, n\sin N$	$-\ 7\cdot 05\, n\cos N$
„	11	$-0\cdot 07$	$+11\cdot 18\, n\sin N$	$+\ 8\cdot 44\, n\cos N.$

$\partial\beta$

1879 Nov.	13	$+0\cdot 13$	$+\ 0\cdot 70\, n\sin N$	$+\ 2\cdot 17\, n\cos N$
„	21	$-0\cdot 46$	$-\ 1\cdot 79\, n\sin N$	$-\ 5\cdot 01\, n\cos N$
Dec.	6	$+0\cdot 14$	$-\ 0\cdot 58\, n\sin N$	$-\ 2\cdot 84\, n\cos N$
„	11	$-0\cdot 09$	$+\ 1\cdot 59\, n\sin N$	$+\ 6\cdot 54\, n\cos N.$

Bei der grossen Änderung der Elemente wird wohl der Befürchtung Raum gegeben werden können, dass die Differentialformeln, die das erste Glied der Taylor'schen Reihe darstellen, als nicht ausreichend für die Darstellung der Beobachtungen betrachtet werden können und dass die Berücksichtigung der zweiten Potenzen der Änderungen nöthig werde. Die directe Rechnung zeigt jedoch, dass selbst für die äussersten Elemente durch die hier eingeführten eminent linearen Functionen, die Darstellung durch die Differentialformeln völlig genügend erscheint, so erhält man, z. B.:

für $n = 1/2$

	$N = 0°$				$N = 90°$			
	directe Rechnung		Differentialgleichung		directe Rechnung		Differentialgleichung	
	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$
Nov. 13	$-\ 1''21$	$+1''23$	$-\ 1''31$	$+1''21$	$+\ 2''62$	$+0''50$	$+\ 2''62$	$+0''48$
„ 21	$+\ 5\cdot 16$	$-2\cdot 99$	$+\ 5\cdot 45$	$-2\cdot 96$	$-\ 6\cdot 82$	$-1\cdot 37$	$-\ 6\cdot 76$	$-1\cdot 35$
Dec. 6	$-\ 3\cdot 31$	$-1\cdot 23$	$-\ 3\cdot 47$	$-1\cdot 28$	$-\ 1\cdot 86$	$-0\cdot 14$	$-\ 1\cdot 91$	$-0\cdot 15$
„ 11	$+\ 4\cdot 25$	$+3\cdot 14$	$+\ 4\cdot 15$	$+3\cdot 18$	$+\ 5\cdot 54$	$+0\cdot 72$	$+\ 5\cdot 52$	$+0\cdot 70$

für $n = 1$

	directe Rechnung		Differentialgleichung		directe Rechnung		Differentialgleichung	
	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$	$\cos\beta\,\partial\lambda$	$\partial\beta$
Nov. 13	$-\ 2''06$	$+2''35$	$-\ 2''65$	$+2''30$	$+\ 5''13$	$+0''82$	$+\ 5''23$	$+0''83$
„ 21	$+10\cdot 73$	$-5\cdot 22$	$+10\cdot 94$	$-5\cdot 47$	$-13\cdot 37$	$-2\cdot 22$	$-13\cdot 49$	$-2\cdot 25$
Dec. 6	$-\ 6\cdot 35$	$-2\cdot 51$	$-\ 7\cdot 00$	$-2\cdot 70$	$-\ 3\cdot 87$	$-0\cdot 44$	$-\ 3\cdot 88$	$-0\cdot 44$
„ 11	$+\ 8\cdot 70$	$+6\cdot 27$	$+\ 8\cdot 37$	$+6\cdot 45$	$+10\cdot 98$	$+1\cdot 56$	$+11\cdot 11$	$+1\cdot 50$

Daraus ersieht man, dass für $n = 1/2$ die Darstellungen fast innerhalb der Grenzen der Fehler einer 7-stelligen Rechnung liegen, für $n = 1$ übersteigen zwar die auftretenden Fehler diese Grenzen, doch

sind die Unterschiede immerhin mässig und kleiner, als diese durch eine 6-stellige Rechnung verbürgt werden könnten.

Zur Aufsuchung des Planeten habe ich unter den Annahmen:

$$n = \tfrac{1}{2},\ N = 0°,\ 90°,\ 180°,\ 270°$$
$$n = 1,\ N = 0\ .\ 90\ ,\ 180\ ,\ 270$$

die folgenden Ephemeriden berechnet, ohne Rücksicht auf Störungen, da dieselben bei der grossen Unsicherheit der Elemente nicht wesentlich in Betracht kommen; auffallend ist, dass für die Zeit der Opposition die wahrscheinlichsten Elemente die grösste Rectascension ergeben. Die angesetzte Grösse wurde nach der Formel:

$$g + 5 \log r\Delta$$

gerechnet, dabei wurde $g = 9{\cdot}2$ angenommen.

$n = 0.$

12h mittl. Berl. Z.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Juni 21	23h 5m 1s	—12°26'6	0·4309	0·3445	13·1
„ 25	23 7 2	—12 20 9			
„ 29	23 8 45	—12 17·2	0·4291	0·3230	12·9
Juli 3	23 10 8	—12 15·6			
„ 7	23 11 9	—12 16·1	0·4273	0·3016	12·8
„ 11	23 11 48	—12 18 8			
„ 15	23 12 4	—12 23·6	0·4255	0·2808	12·7
„ 19	23 11 56	—12 30 5			
„ 23	23 11 25	—12 39·4	0·4238	0 2610	12·6
„ 27	23 10 30	—12 50·3			
„ 31	23 9 10	—13 3·1	0·4220	0·2429	12·5
Aug. 4	23 7 27	—13 17·5			
„ 8	23 5 21	—13 33·2	0·4202	0·2273	12·4
„ 12	23 2 54	—13 50·0			
„ 16	23 0 9	—14 7·5	0·4184	0·2151	12·4
„ 20	22 57 7	—14 25.3			
„ 24	22 53 52	—14 43.1	0·4166	0·2067	12·3
„ 28	22 50 26	—15 0·4			
Sept. 1	22 46 54	—15 16·8	0·4148	0·2029	12·3
„ ☍ 5	22 43 20	—15 31·8			
„ 9	22 39 49	—15 45·1	0·4131	0·2037	12·3
„ 13	22 36 24	—15 56·4			
„ 17	22 33 10	—16 5·5	0·4113	0·2090	12·3
„ 21	22 30 10	—16 12·1			
„ 25	22 27 28	—16 16·1	0·4096	0·2184	12·3
„ 29	22 25 5	—16 17·5			
Octob. 3	22 23 5	—16 16·2	0·4078	0·2312	12·4
„ 7	22 21 30	—16 12·1			
„ 11	22 20 20	—16 5·5	0·4061	0·2467	12·5
„ 15	22 19 37	—15 56 3			
„ 19	22 19 20	—15 44·7	0·4044	0·2641	12·5
„ 23	22 19 29	—15 30·7			
„ 27	22 20 4	—15 14·6	0·4029	0·2826	12·6
„ 31	22 21 4	—14 56·2			
Nov. 4	22 22 28	—14 35·8	0·4011	0·3018	12·7
„ 8	22 24 16	—14 13·5			
„ 12	22 26 26	—13 49·4	0·3995	0·3211	12·9

(210) ☍ *AR.* September 2.

12ʰ mittl. Berl. Z.	$n = \frac{1}{2}$, $N = 0°$					$n = \frac{1}{2}$, $N = 90°$				
	α	δ	log r	log Δ	Gr.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Juni 21	23ʰ 2ᵐ 44ˢ	−13° 11′8	0·4064	0·3097	12·8	22ʰ 38ᵐ 49ˢ	−15° 31′8	0·4388	0·3355	13·1
„ 25	23 5 1	−13 5·5				22 40 6	−15 35·2			
„ 29	23 6 58	−13 1·4	0·4049	0·2877	12·7	22 41 2	−15 37·7	0·4370	0·3142	13·0
Juli 3	23 8 34	−12 59·4				22 41 36	−15 42·3			
„ 7	23 9 47	−12 59·6	0·4034	0·2659	12·5	22 41 46	−15 48·9	0·4353	0·2937	12·9
„ 11	23 10 37	−13 2·1				22 41 33	−15 57·6			
„ 15	23 11 3	−13 6·7	0·4020	0·2146	12·4	22 40 56	−16 8·2	0·4335	0·2744	12·7
„ 19	23 11 4	−13 13·5				22 39 55	−16 20·6			
„ 23	23 10 40	−13 22·4	0·4005	0·2245	12·3	22 38 30	−16 34·7	0·4318	0·2569	12·6
„ 27	23 9 50	−13 33·4				22 56 42	−16 50·2			
„ 31	23 8 34	−13 46·1	0·3991	0·2063	12·2	22 34 32	−17 6·9	0·4300	0·2419	12·6
Aug. 4	23 6 54	−14 0·6				22 32 1	−17 24·5			
„ 8	23 4 50	−14 16·3	0·3977	0·1909	12·1	22 29 12	−17 42·6	0·4282	0·2301	12·5
„ 12	23 2 23	−14 33·0				22 26 6	−18 0·8			
„ 16	22 59 37	−14 50·4	0·3964	0·1789	12·1	22 22 47	−18 18·8	0·1264	0·2222	12·4
„ 20	22 56 34	−15 7·9				22 19 18	−18 36·0			
„ 24	22 53 17	−15 25·0	0·3950	0·1712	12·0	☍ 22 15 45	−18 52·2	0·4247	0·2186	12·3
„ ☍ 28	22 49 50	−15 41·4				22 12 9	−19 7·0			
Sept. 1	22 46 16	−15 56·9	0·3937	0·1682	12·0	22 8 35	−19 19·9	0·4229	0·2195	12·3
„ 5	22 42 40	−16 10·7				22 5 9	−19 30·8			
„ 9	22 39 9	−16 22·6	0·3925	0·1701	12·0	22 1 53	−19 39·4	0·4211	0·2248	12·4
„ 13	22 35 45	−16 32·1				21 58 51	−19 45·5			
„ 17	22 32 33	−16 39·2	0·3913	0·1768	12·1	21 56 7	−19 49·0	0·4193	0·2340	12·5
„ 21	22 29 37	−16 43·7				21 53 44	−19 50·3			
„ 25	22 27 0	−16 45·3	0·3901	0·1877	12·1	21 51 43	−19 48·5	0·4175	0·2465	12·5
„ 29	22 24 44	−16 44·1				21 50 6	−19 44·4			
Octob. 3	22 22 53	−16 40·2	0·3890	0·2021	12·2	21 48 55	−19 37·8	0·4158	0·2616	12·6
„ 7	22 21 28	−16 33·4				21 48 10	−19 28·8			
„ 11	22 20 29	−16 24·0	0·3879	0·2191	12·2	21 47 52	−19 17·5	0·4140	0·2785	12·6
„ 15	22 19 58	−16 11·9				21 48 0	−19 4·1			
„ 19	22 19 54	−15 57·4	0·3869	0·2380	12·3	21 48 34	−18 48·6	0·4123	0·2966	12·7
„ 23	22 20 17	−15 40·5				21 49 33	−18 31·2			
„ 27	22 21 6	−15 21·5	0·3859	0·2581	12·4	21 50 56	−18 11·9	0·4105	0·3152	12·8
„ 31	22 22 21	−15 0·3				21 52 42	−17 50·8			
Nov. 4	22 24 1	−14 37·1	0·3850	0·2787	12·5	21 54 51	−17 28·0	0·4088	0·3340	12·9
„ 8	22 26 4	−14 12·0				21 57 21	−17 3·6			
„ 12	22 28 29	−13 45·1	0·3841	0·2993	12·6	22 0 11	−16 37·6	0·4071	0·3525	13·0
	(210) ☍ *AR.* September 2.					(210) ☍ *AR.* August 24.				

12ʰ mittl. Berl. Z.	$n = \frac{1}{2}$, $N = 180°$					$n = \frac{1}{2}$, $N = 270°$				
	α	δ	log r	log Δ	Gr.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Juni 21	22ʰ 18ᵐ 3ˢ	−17° 20′8	0·4689	0·3623	13·3	22ʰ 54ᵐ 38ˢ	−13° 40′1	0·4311	0·3367	13·0
„ 25	22 18 31	−17 25·7				22 26 25	−13 36·8			
„ 29	22 18 38	−17 32·5	0·4671	0·3427	13·2	22 57 51	−13 35·4	0·4293	0·3152	12·9
Juli 3	22 18 22	−17 41·2				22 58 55	−13 36·2			
„ 7	22 17 44	−17 51·7	0·4653	0·3240	13·1	22 59 37	−13 39·1	0·4276	0·2940	12·8
„ 11	22 16 43	−18 3·9				22 59 57	−13 44·1			
„ 15	22 15 19	−18 17·6	0·4634	0·3069	13·0	22 59 53	−13 51·3	0·4258	0·2736	12·7
„ 19	22 13 33	−18 32·7				22 59 25	−14 0·5			
„ 23	22 11 27	−18 49·0	0·4614	0·2919	13·0	22 58 33	−14 11·6	0·4240	0·2544	12·6
„ 27	22 9 1	−19 6·2				22 57 17	−14 24·6			
„ 31	22 6 15	−19 24·0	0·4595	0·2799	12·9	22 55 37	−14 39·2	0·4222	0·2374	12·5
Aug. 4	22 3 13	−19 42·0				22 53 34	−14 55·1			
„ 8	21 59 58	−19 59·9	0·4575	0·2712	12·8	22 51 9	−15 12·2	0·4204	0·2231	12·4
„ 12	21 56 33	−20 17·4				22 48 25	−15 29·9			
„ 16	21 53 1	−20 34·0	0·4555	0·2665	12·8	22 45 25	−15 48·0	0·4186	0·2124	12·3
„ ☍ 20	21 49 26	−20 49·5				22 42 11	−16 6·0			
„ 24	21 45 50	−21 3·5	0·4534	0·2659	12·8	22 38 44	−16 23·5	0·4168	0·2059	12·3
„ 28	21 42 19	−21 15·7				☍ 22 35 11	−16 40·1			
Sept. 1	21 38 56	−21 26·0	0.4514	0·2694	12·8	22 31 36	−16 55·5	0·4150	0·2040	12·3
„ 5	21 35 45	−21 34·2				22 28 3	−17 9·1			

12ʰ mittl. Berl. Z.	α	δ	log r	log Δ	Gr.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Sept. 9	22ʰ 32ᵐ 48ˢ	−21° 40ʹ1	0·4493	0·2767	12·8	22ʰ 24ᵐ 35ˢ	−17° 20ʹ7	0·4132	0·2067	12·3
„ 13	22 30 10	−21 43·8				22 21 18	−17 30·1			
„ 17	22 27 52	−21 45·1	0·4472	0·2872	12·9	22 18 13	−17 37·0	0·4115	0·2137	12·3
„ 21	22 25 56	−21 44·1				22 15 26	−17 41·4			
„ 25	22 24 23	−21 40·9	0·4450	0·3003	12·9	22 12 59	−17 43·1	0·4097	0·2246	12·4
„ 29	22 23 15	−21 35·5				22 10 54	−17 42·2			
Octob. 3	22 22 33	−21 28·1	0·4429	0·3154	13·0	22 9 13	−17 38·5	0·4080	0·2385	12·4
„ 7	22 22 16	−21 18·5				22 7 58	−17 32·3			
„ 11	22 22 23	−21 7·1	0·4407	0·3317	13·1	22 7 10	−17 23·6	0·4062	0·2548	12·5
„ 15	22 22 56	−20 53·9				22 6 48	−17 12·4			
„ 19	22 23 53	−20 39·0	0·4385	0·3487	13·1	22 6 53	−16 58·9	0·4045	0·2727	12·6
„ 23	22 25 13	−20 22·1				22 7 24	−16 43·3			
„ 27	22 26 56	−20 4·3	0·4363	0·3660	13·2	22 8 20	−16 25·5	0·4028	0·2915	12·7
„ 31	22 29 0	−19 44·6				22 9 40	−16 5 7			
Nov. 4	22 31 25	−19 23·5	0·4340	0·3831	13·3	22 11 24	−15 44·0	0·4011	0·3106	12·8
„ 8	22 34 9	−19 0·9				22 13 31	−15 20·5			
„ 12	22 37 11	−18 37·1	0·4318	0·3998	13·4	22 16 0	−14 55·2	0.3995	0·3298	12·8

(210) ☊ *AR.* August 18. | (210) ☊ *AR.* August 18.

12ʰ mittl. Berl. Z.	n = 1, N = 0°					n = 1, N = 90°				
	α	δ	log r	log Δ	Gr.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Juni 21	23ʰ 2ᵐ 36ˢ	−13° 43ʹ1	0·3821	0·2756	12·5	22ʰ 31ᵐ 0ˢ	−16° 29ʹ4	0·4425	0·3347	13·1
„ 25	23 5 14	−13 36·1				22 32 3	−16 31 6			
„ 29	23 7 32	−13 30·9	0·3809	0·2532	12·4	22 32 44	−16 35·8	0·4408	0·3140	13·0
Juli 3	23 9 27	−13 27·8				22 33 3	−16 42·1			
„ 7	23 10 59	−13 27·0	0·3797	0·2309	12·2	22 32 58	−16 50·4	0·4391	0·2940	12·9
„ 11	23 12 6	−13 28·5				22 32 29	−17 0·6			
„ 15	23 12 48	−13 32·3	0·3785	0·2093	12·1	22 31 36	−17 12·7	0·4374	0·2751	12·8
„ 19	23 13 4	−13 38·4				22 30 20	−17 26·4			
„ 23	23 12 53	−13 46·6	0·3775	0·1889	12·0	22 28 41	−17 41·6	0·4356	0·2587	12·7
„ 27	23 12 17	−13 56·9				22 26 39	−17 58·0			
„ 31	23 11 14	−14 9·1	0·3764	0·1704	11·9	22 21 15	−18 15·4	0·4338	0·2447	12·6
Aug. 4	23 9 41	−14 22·9				22 21 31	−18 33·4			
„ 8	23 7 43	−14 38·1	0·3755	0·1548	11·8	22 18 31	−18 51·6	0·4321	0·2342	12·5
„ 12	28 5 23	−14 54·2				22 15 17	−19 9·7			
„ 16	23 2 42	−15 10·9	0·3746	0·1429	11·8	22 11 51	−19 27·2	0·4303	0·2276	12·5
„ 20	22 59 42	−15 27·7				☊ 22 8 19	−19 13·7			
„ 24	22 56 27	−15 44·1	0·3738	0·1354	11·7	22 4 43	−19 59·0	0·4285	0·2254	12·5
„ 28	22 53 0	−15 59·7				22 1 8	−26 12·5			
Sept. 1	22 49 27	−16 14·1	0·3731	0·1330	11·7	21 57 37	−20 24·1	0·4268	0·2276	12·5
„ ☊ 5	22 45 53	−16 26·6				21 54 16	−20 33·5			
„ 9	22 42 21	−16 37·0	0·3724	0·1357	11·7	21 51 7	−20 40·6	0·4250	0·2340	12·5
„ 13	22 38 58	−16 44·9				21 48 15	−20 45·1			
„ 17	22 35 47	−16 50·2	0·3718	0·1434	11·8	21 45 42	−20 47·1	0·4232	0·2441	12·5
„ 21	22 32 53	−16 52·7				21 43 31	−20 46·5			
„ 25	22 30 19	−16 52·2	0·3713	0·1556	11·8	21 41 43	−20 43·5	0·4214	0·2573	12·6
„ 29	22 28 8	−16 48·7				21 40 20	−20 38·0			
Octob. 3	22 26 21	−16 42·3	0·3709	0·1714	11·9	21 39 23	−20 30·2	0·4197	0·2728	12·7
„ 7	22 25 1	−16 33·0				21 38 52	−20 20·1			
„ 11	22 24 10	−16 21·0	0·3706	0 1899	12·0	21 38 48	−20 7·8	0·4179	0·2900	12·7
„ 15	22 23 47	−16 6·3				21 39 10	−19 53·5			
„ 19	22 23 51	−15 49·2	0·3703	0·2103	12·1	21 39 57	−19 37·3	0·4161	0·3080	12·8
„ 23	22 24 22	−15 29·7				21 41 9	−19 19·2			
„ 27	22 25 21	−15 7·9	0·3701	0·2319	12·2	21 42 45	−18 59·3	0·4144	0·3266	12·9
„ 31	22 26 46	−14 44·1				21 44 43	−18 37·8			
Nov. 4	22 28 36	−14 18·3	0·3700	0·2540	12·3	21 47 3	−18 14·6	0·4127	0·3451	13·0
„ 8	22 30 49	−13 50·6				21 49 43	−17 50·0			
„ 12	22 33 24	−13 21 3	0·3700	0·2762	12·4	21 52 43	−17 23·9	0·4109	0·3633	13·1

(910) ☊ *AR.* September 3. | (210) ☊ *AR.* August 22.

12ʰ mittl. Berl. Z.	n = 1, N = 180° α	δ	log r	log Δ	Gr.	n = 1, N = 270° α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Juni 21	21ʰ 40ᵐ 11ˢ	−20° 33ʹ5	0·5087	0·3952	13·7	23ʰ 2ᵐ 39ˢ	−12° 40ʹ5	0·4272	0·3378	13·0
„ 25	21 39 29	−20 43·7				23 4 40	−12 34·9			
„ 29	21 38 25	−20 55 3	0·5070	0·3785	13·6	23 6 21	−12 31·5	0·4254	0·3162	12·9
Juli 3	21 37 1	−21 8·2				23 7 41	−12 30·2			
„ 7	21 35 15	−21 22·3	0·5052	0·3634	13·5	23 8 40	−12 31·1	0·4236	0·2947	12·8
„ 11	21 33 9	−21 37·4				23 9 17	−12 34·1			
„ 15	21 30 46	−21 53·2	0·5031	0·3505	13·5	23 9 30	−12 39·2	0·4218	0·2737	12·7
„ 19	21 28 5	−22 9·5				23 9 19	−12 46·5			
„ 23	21 25 8	−22 26·1	0·5016	0·3404	13·4	23 8 45	−12 55·9	0·4200	0 2539	12·6
„ 27	21 21 58	−22 42·6				23 7 46	−13 7·2			
„ 31	21 18 37	−22 58·8	0·4997	0·3335	13·4	23 6 23	−13 20·3	0·4182	0 2358	12·5
Aug. 4	21 15 9	−23 14·3				23 4 36	−13 35·0			
„ 8	21 11 36	−23 28·9	0·4978	0·3301	13·3	23 2 26	−13 51·1	0·4164	0·2201	12·4
☍ „ 12	21 8 2	−23 42·3				22 59 55	−14 8·1			
„ 16	21 4 30	−23 54·3	0·4959	0.3305	13·3	22 57 5	−14 25·8	0·4146	0·2083	12·3
„ 20	21 1 4	−24 4·7				22 54 0	−14 13·8			
„ 24	20 57 46	−24 13·4	0·4939	0·3344	13·3	22 50 41	−15 1·6	0·4128	0·2002	12·3
„ 28	20 54 40	−24 20·3				22 47 13	−15 18·9			
Sept. 1	20 51 50	−24 25·2	0·4918	0·3415	13 4	☍ 22 43 39	−15 35·1	0·4111	0·1968	12·2
„ 5	20 49 17	−24 28·3				22 40 4	−15 49·9			
„ 9	20 47 3	−24 29·5	0·4897	0·3515	13·4	22 36 32	−16 3·0	0·4093	0·1980	12·2
„ 13	20 45 10	−24 28·9				22 33 8	−16 13 9			
„ 17	20 43 39	−24 26·4	0·4876	0·3637	13 4	22 29 55	−16 22·5	0·4075	0·2037	12·3
„ 21	20 42 31	−24 22·3				22 26 57	−16 28 7			
„ 25	20 41 47	−24 16·6	0·4854	0·3775	13 5	22 24 17	−16 32 2	0·4058	0·2136	12·3
„ 29	20 41 27	−24 9·2				22 21 59	−16 33·0			
Octob. 3	20 41 30	−24 0·5	0·4832	0·3925	13·6	22 20 3	−16 31·1	0·4040	0·2268	12·4
„ 7	20 41 57	−23 50·2				22 18 32	−16 26·5			
„ 11	20 42 46	−23 38 6	0·4809	0·4080	13·6	22 17 28	−16 19·3	0·4023	0·2426	12·4
„ 15	20 43 57	−23 25·8				22 16 50	−16 9·5			
„ 19	20 45 30	−23 11·7	0·4786	0·4237	13·7	22 16 39	−15 57·3	0·4006	0·2602	12·5
„ 23	20 47 23	−22 56·5				22 16 54	−15 42·8			
„ 27	20 49 35	−22 40·1	0·4763	0·4392	13·8	22 17 35	−15 26·1	0·3990	0·2790	12·6
„ 31	20 52 6	−22 22·6				22 18 41	−15 7·2			
Nov. 4	20 54 54	−22 4·0	0·4739	0·4544	13·8	22 20 12	−14 46·3	0·3973	0·2984	12·7
„ 8	20 57 59	−21 44·3				22 22 6	−14 23·5			
„ 12	21 1 19	−21 23·5	0·4715	0·4689	13·9	22 24 23	−13 58·9	0·3957	0·3178	12·8
	(210) ☍ *AR.* August 8.					(210) ☍ *AR.* September 1.				

Schliesslich theile ich hier noch die Ephemeride mit, welche sich aus den Elementen, abgeleitet aus sämmtlichen Beobachtungen, also mit Rücksicht auf die etwas verfehlte Beobachtung vom 16. December, ergibt. Die Ephemeride, die innerhalb der Grenzen der obigen hypothetischen Ephemeriden liegt, lautet:

12ʰ mittl. Berl. Z.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
1883 Juni 21	22ʰ 50ᵐ 29ˢ	−14° 48ʹ3	0 4244	0·3241	12·9
„ 25	22 52 14	−14 35·8			
„ 29	22 53 38	−14 35·4	0·4227	0·3025	12·8
Juli 3	22 54 40	−14 37·1			
„ 7	22 55 19	−14 41·0	0·4210	0·2812	12·7
„ 11	22 55 31	−14 47·0			
„ 15	22 55 26	−14 55·1	0·4192	0·2608	12·6
„ 19	22 54 53	−15 5·2			
„ 23	22 53 56	−15 17·2	0 4175	0·2419	12·5
„ 27	22 52 34	−15 30·8			
„ 31	22 50 47	−15 46·0	0·4157	0·2251	12·4
Aug. 4	22 48 37	−16 2·4			
„ 8	22 46 7	−16 19·7	0·4140	0·2114	12·3
„ 12	22 43 17	−16 37·5			
„ 16	22 40 10	−16 55·4	0·4123	0·2014	12·3
„ 20	22 36 50	−17 12·9			

12ʰ mittl. Berl. Z.	α	δ	log r	log Δ	Gr.
Aug. 24	22ʰ 33ᵐ 21ˢ	−17° 29′7	0·4106	0·1957	12·2
„ ☍ 28	22 29 46	−17 45·3			
Sept. 1	22 26 9	−17 59·4	0·4088	0·1947	12·2
„ 5	22 22 36	−18 11·5			
„ 9	22 19 10	−18 21·4	0·4072	0·1983	12·2
„ 13	22 15 55	−18 28·9			
„ 17	22 12 56	−18 33·8	0·4055	0·2063	12·2
„ 21	22 10 16	−18 36·0			
„ 25	22 7 56	−18 35·5	0·4038	0·2179	12·3
„ 29	22 6 0	−18 32·3			
Octob. 3	22 4 28	−18 26·4	0·4022	0·2327	12·4
„ 7	22 3 23	−18 17·9			
„ 11	22 2 46	−18 6 9	0·4006	0·2496	12·4
„ 15	22 2 36	−17 53·6			
„ 19	22 2 52	−07 38·0	0·3991	0·2679	12·5
„ 23	22 3 34	−17 20·3			
„ 27	22 4 42	−17 0·5	0·3975	0·2871	12·6
„ 31	22 6 14	−16 38·8			
Nov. 4	22 8 10	−16 15·3	0·3960	0·3067	12·7
„ 8	22 10 28	−15 50·0			
„ 12	22 13 8	−15 23·2	0·3945	0·3261	12·8

(210) ☍ *AR.* August 28.